

12. cvičení - teorie

Definice. Funkce f nabývá v bodě a **ostrého lokálního maxima**, pokud

$$\exists \delta > 0 \forall y \in B(x, \delta), x \neq y: f(y) < f(x).$$

Funkce f nabývá v bodě a **ostrého lokálního minima**, pokud

$$\exists \delta > 0 \forall y \in B(x, \delta), x \neq y: f(y) > f(x).$$

Definice. Bod $a \in \mathbb{R}^n$, v němž platí $\nabla f(a) = 0$ nazýváme **stacionární bod** funkce f .

Definice. Je-li $G \subseteq \mathbb{R}^n$ otevřená množina, $a \in G$ a $f \in \mathcal{C}^1(G)$, pak **gradient funkce f v bodě a** je vektor

$$\nabla f(a) = \left(\frac{\partial f}{\partial x_1} f(a), \frac{\partial f}{\partial x_2} f(a), \dots, \frac{\partial f}{\partial x_n} f(a) \right).$$

Definice. Nechť $G \subseteq \mathbb{R}^n$ otevřená množina a $a \in G, f \in \mathcal{C}^2(G)$. Pak definujeme **Hessovu matici**

$$\nabla^2 f(a) = \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j} \right)_{i=1, \dots, n; j=1, \dots, n}$$

Věta 10.1. Budiž $f \in \mathcal{C}^2(G), a \in G$ a nechť a je stacionární bod funkce f . Potom platí:

- $\nabla^2 f(a)$ ND $\implies a$ je bod ostrého lokálního maxima funkce f .
- $\nabla^2 f(a)$ PD $\implies a$ je bod ostrého lokálního minima funkce f .
- $\nabla^2 f(a)$ ID $\implies a$ není bodem lokálního extrému funkce f .